

Санкт-Петербургский государственный университет

Фундаментальная математика и механика

Механика жидкости, газа и плазмы

Добров Юрий Владимирович

Исследование теплового потока в сверхзвуковом потоке газа на  
аэродинамическом теле с лазерным и микроволновым разрядами

Дипломная работа

Научный руководитель:

Профессор, д.ф.-м.н. Лашков В.А.

Рецензент:

Профессор, д.т.н., доцент Митяков В.Ю.

Санкт-Петербург

2017

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Fundamental mathematics and mechanics

Mechanics of liquid, gas and plasma

Dobrov Iurii

Investigation of heat flux in supersonic gas flow on aerodynamic body with laser  
and microwave dischargers

Thesis

Scientific supervisor:

PhD, Professor Lashkov Valeriy

Reviewer:

Dr. Sci, Professor Mityakov Vladimir

Saint-Petersburg

2017

## Содержание

1.	Введение	2
2.	Восстановление теплового потока с помощью ГДТП	4
2.1	Модель лазерной искры	4
2.2	Градиентный датчик теплового потока	9
2.3	Поиск передаточной функции	11
3.	Расчет параметров газа перед обтекаемым телом	13
3.1	Параметры газа за прямым скачком уплотнения	13
3.2	Одномерная модель распада разрыва	15
4.	Экспериментальное исследование теплового потока на цилиндре	18
4.1	Экспериментальные данные	18
4.2	Анализ экспериментальных данных	20
5.	Заключение	25
6.	Список литературы	26

## 1. Введение

Изучение сверхзвукового потока с вложением энергии при помощи лазерного или СВЧ разряда является важным и интересным аспектом современной аэродинамики, так как в перспективе это может дать новые способы управления летательным аппаратом на высоких скоростях. В идеале это позволит осуществлять пилотирование на больших сверхзвуковых скоростях без использования механических «рулей», пользуясь только устройствами, осуществляющими энерговложение. Преимущество заключается в том, что механические части будут подвергнуты меньшим нагрузкам, и можно с большой точностью и скоростью осуществить разряд, чтобы получить нужный момент силы или изменить характер обтекания объекта.

Произведено множество исследований на эту тему, как теоретических, так и экспериментальных. Основным предметом анализа являются последствия от сильного нагрева области оптического пробоя перед обтекаемым телом, такие как, например, изменение распределения давлений на теле, изменение характера обтекания, появление вихрей. В работе [14] просчитано падение давления торможения на полусфере, расположенной на цилиндре и описано появление вихря перед телом. Произведены эксперименты, подтверждающие эту теорию [15]. Равным образом интерес вызывает и сам процесс осуществления оптического пробоя в различных условиях, потому что в зависимости от начальных параметров среды может изменяться минимальное пороговое значение интенсивности излучения для создания пробоя, такие данные приведены в работах [10, 11].

На данный момент проведено мало экспериментов по исследованию тепловых нагрузок на теле в сверхзвуковом потоке газа с энергоподводом, что и послужило мотивацией для начала исследований в этой области.

Была поставлена задача оценить теплопередачу в критической точке продольно обтекаемого цилиндра. В результате работы был восстановлен тепловой поток через передаточную функцию с помощью градиентного датчика теплового потока; подсчитаны параметры течения перед телом до и после распада разрыва. Основываясь на этих данных были получены числа Рейнольдса и Нуссельта для стационарного продольного обтекания цилиндра и изменение температуры в критической точке тела при распаде разрыва.

## 2. Восстановление теплового потока с помощью ГДТП

### 2.1 Модель лазерной искры

По определению тепловой поток, излучаемый с поверхности в полупространство равен

$$dQ = E dF_1 \quad (1)$$

где  $dQ$  – количество теплоты,  $E$  – плотность теплового потока,  $dF_1$  – площадь поверхности. Из закона Стефана-Больцмана  $E$  выражается как

$$E = \varepsilon \sigma T^4 \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – показатель черноты поверхности,  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $T$  – температура поверхности. Запишем закон Ламберта

$$d^2Q_\varphi = dQ_n d\Omega \cos\varphi = E_n dF_1 d\Omega \cos\varphi \quad (3)$$

где  $dQ_\varphi$  – лучистая энергия, излучаемая с поверхности площадью  $dF_1$  в направлении поверхности площадью  $dF_2$ ;  $dQ_n$  – энергия, излучаемая по нормали с  $dF_1$ , а  $E_n$  – плотность такого потока;  $d\Omega$  – величина телесного угла, под которым виден элемент  $dF_2$  из центра  $dF_1$ ;  $\varphi$  – угол между нормальными к поверхностям  $dF_1$  и  $dF_2$  (смотри рис. 1).

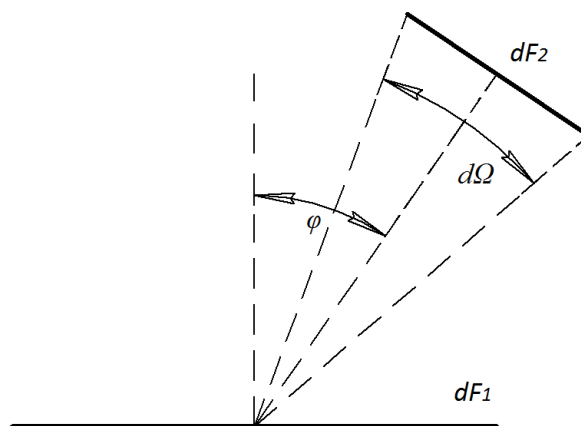


Рис. 1: Иллюстрация к закону Ламберта.

Пусть поверхность  $dF_2$ , в сторону которой идет излучение, имеет форму прямоугольника. Перейдем в сферическую систему координат, долготу обозначим за  $\psi$ , а полярный угол –  $\phi$ . Чтобы найти телесный угол  $d\Omega$ , найдем отношение площади проекции элемента  $dF_2$  на поверхность сферы к её радиусу (рис. 2.а).

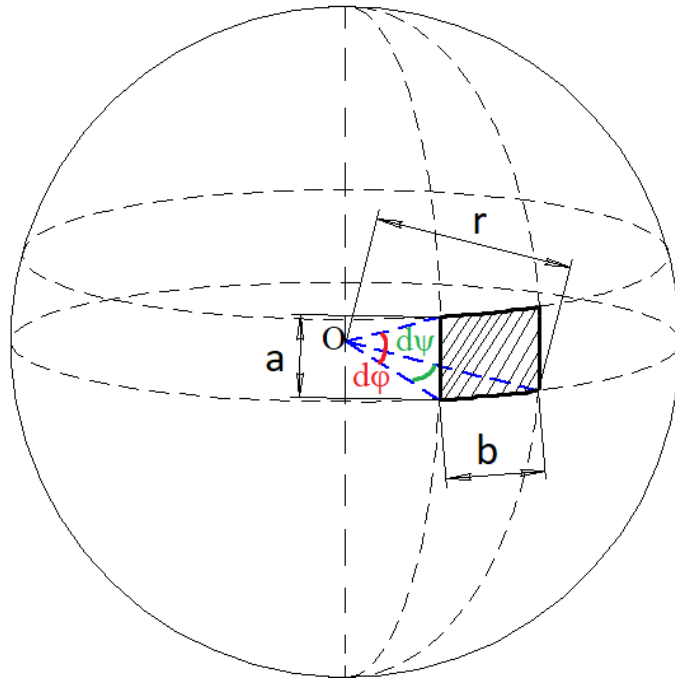


Рис. 2.а: Изображение проекции  $dF_2$  (заштрихованная область).

Пусть длины стороны криволинейного прямоугольника, являющегося проекцией  $dF_2$ , будут равны  $a$  и  $b$ . В предположении малости углов  $d\phi$  и  $d\psi$  (см. рис. 2.а) будем считать, что кривизна сторон мала и площадь можно найти через произведение  $ab$ . Теперь посмотрим на  $\triangle OAB$  (см. рис. 2.б). Это равносторонний треугольник,  $OA = OB = r$ , основание  $AB = a$ , угол  $\angle AOB = d\phi$ . Воспользовавшись теоремой косинусов и малостью  $d\phi$  и  $d\psi$ , можем выразить длину стороны  $a$

$$a^2 = r^2 + r^2 - 2r^2 \cos(d\phi) = 2r^2 \left[ 1 - \left( 1 - 2\sin^2\left(\frac{d\phi}{2}\right) \right) \right]$$

$$a^2 = 4r^2 \sin^2 \left( \frac{d\varphi}{2} \right)$$

$$a = 2r \sin \left( \frac{d\varphi}{2} \right) \approx r d\varphi$$

Построим прямоугольную проекцию СВ на плоскость  $\varphi = \pi/2$ , получим C'B'. Так как C'B' = CB = b, рассмотрим  $\triangle OC'B'$ . Это тоже равносторонний треугольник со сторонами  $OC' = OB' = r \sin \varphi$  и углом  $\angle C'OB' = d\psi$ . Так что можем аналогично стороне a выразить длину b

$$b = r \sin \varphi d\psi$$

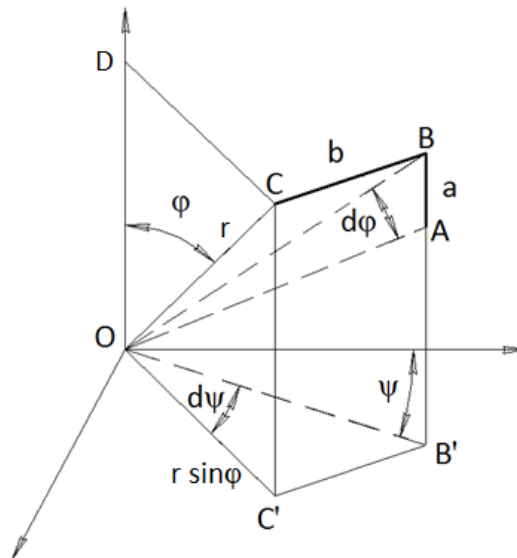


Рис. 2.6: К вычислению длины сторон a и b.

Тогда величина искомого телесного угла равна

$$d\Omega = \frac{ab}{r^2} = \frac{r d\varphi * r \sin \varphi d\psi}{r^2} = \sin \varphi d\varphi d\psi \quad (4)$$

Теперь посчитаем, какой тепловой поток будет излучаться с поверхности  $dF_1$  в полупространство, то есть когда  $\psi$  меняется в интервале  $[0, 2\pi)$ , а  $\varphi - [0, \pi/2)$ , интегрируя (3) с учетом (4)



$$dQ_\varphi = E_n * dF_1 * \int_0^{2\pi} d\psi * \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi * \sin\varphi d\varphi$$

$$dQ_\varphi = E_n * dF_1 * \int_0^{2\pi} d\psi * \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4} \sin(2\varphi) d(2\varphi)$$

$$dQ_\varphi = E_n * dF_1 * 2\pi * \frac{1}{4} * -[\cos\left(2 * \frac{\pi}{2}\right) - \cos(2 * 0)]$$

$$dQ_\varphi = E_n * dF_1 * 2\pi * \frac{1}{4} * 2 = \pi * E_n * dF_1 \quad (5)$$

Так как в формулах (1) и (5) левые части равны, то, принимая во внимание (2)

$$E_n = \frac{1}{\pi} * E = \frac{1}{\pi} \varepsilon \sigma T^4 \quad (6)$$

Значит излучение по нормали в  $\pi$  раз меньше излучения в полупространство [9]. Тогда закон Ламберта (3) с учетом (6) переписывается в виде

$$d^2Q_\varphi = \frac{1}{\pi} \varepsilon \sigma T^4 * dF_1 * \cos\varphi * d\Omega \quad (7)$$

В момент фокусировки лазерного излучения в точке пространства начинается лавинная ионизация газа и образуется плазма оптического пробоя. Причем она представляет собой сложную вихревую структуру, для возможности анализа которой предлагается использовать сферическую модель. Зависимости диаметра и температуры поверхности от времени были получены после аппроксимации экспериментальных данных из работы [15]

$$T(t) = \begin{cases} 6,131 * 10^4 * \exp(-5,279 * 10^6 * t^{0,953}) + 2,505 * 10^4; & t \leq 5 * 10^{-7} \\ 30,7288 * t^{-0,4629}; & 5 * 10^{-7} < t \leq 5 * 10^{-5} \\ 3,093 * 10^3 * \exp(-5,749 * 10^3 * t) + 689,205; & t > 5 * 10^{-5} \end{cases}$$

$$r(t) = \frac{1}{2} (1,001 - \exp(-0,122 * t^{0,358})) \quad (8)$$

Схематично процесс лучистого теплообмена представлен на рисунке 3.

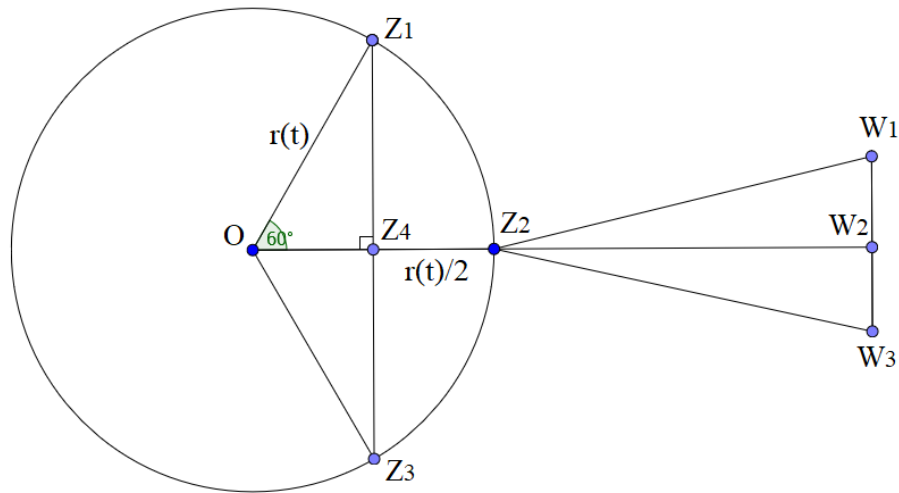


Рис. 3: Схема лучистого теплообмена, вид сбоку.

Здесь  $W_1W_3$  – поверхность ГДТП,  $W_1W_2 = W_2W_3 = L_1 = 2$  мм, расстояние от точки фокусирования лазера  $O$  до датчика теплового потока  $OW_2 = L_2 = 80$  мм. Рассматриваем вид сбоку, потому что в нашем случае поверхность датчика является квадратной, излучение идет со сферы, значит все будет симметрично. Закон Ламберта для реальных тел применим, пока угол между нормальными поверхностями  $\xi \leq 60^\circ$ , так как при дальнейшем увеличении  $\xi$  излучение начинается стремиться к нулю [9], поэтому за излучающую поверхность примем часть сферы, который на ней выделит при вращении треугольник  $\Delta OZ_1Z_3$  с углом  $2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$  у вершины и сторонами  $OZ_1 = OZ_3 = r(t)$ . Площадь  $dF(t)$  поверхности такого шарового сегмента равна

$$dF(t) = 2\pi r(t) * Z_2Z_4 = 2\pi r(t) * \frac{r(t)}{2} = \pi r^2(t) \quad (9)$$

Перейдем к сферической системе координат, пусть луч  $OW_2$  задает направление, при котором долгота  $\psi = 0$  и полярный угол  $\varphi = 0$ . Угол  $\xi = 0$ , когда рассматриваем излучение в окрестности точки  $Z_2$  и  $\xi = \angle Z_1OW_2 = \pi/3$ , когда излучение происходит из «крайнего положения» - около  $Z_1$ , то есть  $\xi$

меняется в интервале  $[0, \pi/3]$ . Влияние  $\xi$  на величину излучения по криволинейной поверхности оценим как

$$\overline{\cos \xi} = \frac{3}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos \xi d\xi \quad (10)$$

Пользуясь симметричностью случая, посчитаем излучение на четверть площадки ГДТП и домножим его на 4. Углы  $d\psi$  и  $d\varphi$ , определяющие телесный угол  $d\Omega$ , который будем считать одинаковым при рассмотрении из любой точки излучающей поверхности, будут лежать в интервале  $[0, \chi(r)]$ , где  $\chi(r) = \angle W_1 Z_2 W_2$ , так как минимальное значение  $Z_2 W_2 \approx 70\text{мм}$  при максимальном  $r(t) \approx 10\text{мм}$ , то  $\chi$  будет малой величиной и по

$$\chi(r) \approx \frac{L_1}{L_2 - r(t)} \quad (11)$$

С учетом формул (7 – 11) тепловой поток от искры лазера в сторону поверхности ГДТП можно оценить как

$$Q(t) \approx 4\varepsilon\sigma T^4(t) r^2(t) \frac{3}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos \xi d\xi \int_0^{\chi(t)} d\psi \int_0^{\chi(t)} \sin \varphi d\varphi \quad (12)$$

Степень черноты поверхности  $\varepsilon$  принималась равной 0,15, значение взято из работы [7], в которой эмпирически получен коэффициент поглощения энергии плазмой разряда при различных параметрах окружающего газа; постоянная Стефана-Больцмана  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4)$ .

## 2.2 Градиентный датчик теплового потока

Основное излучение тепла при оптическом лазерно-инициированном пробое газа происходит в первые несколько сотен наносекунд, потому что через 500нс после разряда температура плазмы падает с 70000К до 20000К

[15], поэтому для измерения теплового потока нам нужен был датчик, обладающий наибольшим быстродействием. На данный момент одним из таких является градиентный датчик теплового потока (ГДТП), который был изготовлен в Санкт-Петербургском Политехническом Университете имени Петра Великого. Датчик выполнен из монокристаллического висмута, принцип его работы основан на поперечном эффекте Зеебека, время реакции составляет от 1 до 10нс [12,13], что для нас является основным преимуществом ГДТП перед продольными или калориметрическими датчиками теплового потока.

Перед выводом данных с ГДТП на аналого-цифровой преобразователь сигнал проходил через усилитель. Для ГДТП с усилителем проводилась калибровка: фиксировалась реакция на квазистационарный тепловой поток от лампы накаливания, полученный с помощью механического модулятора. В результате для измерительной системы была получена чувствительность 0,148 В/Вт.

Сравним рассчитанный по формуле (12) тепловой поток от искры (см. рис. 4.а) и показания ГДТП в эксперименте с лазерным разрядом без сверхзвукового потока (см. рис. 4.б), где источником теплового потока является только излучение плазмы пробоя. Можно отметить, что сигнал датчика сначала резко «подскакивает», реагируя на излучение, но спад происходит очень плавно. Поэтому для восстановления теплового потока было решено учитывать еще временную характеристику системы – передаточную функцию.

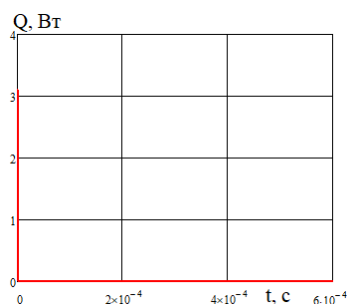


Рис. 4.а: Тепловой поток от лазерной искры.

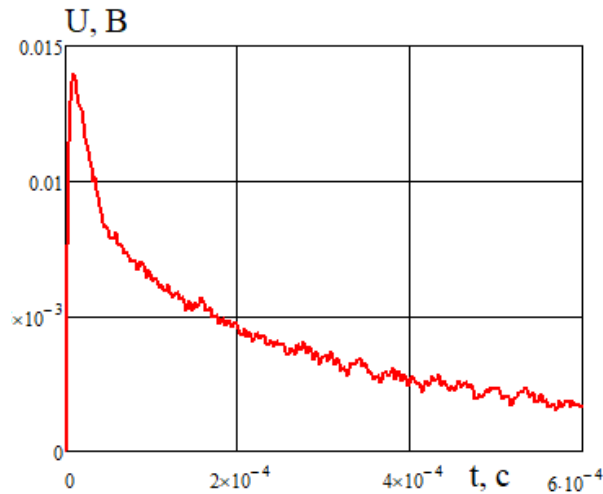


Рис. 4.б: Показания ГДТП в эксперименте.

### 2.3 Поиск передаточной функции

Реакцию системы на воздействие тепловым потоком можно описывать с помощью интеграла Дюамеля

$$U(t) = Q(0) * h(t) + \int_0^t Q'(\tau) * h(t - \tau) d\tau \quad (13)$$

где  $U(t)$  – показания ГДТП,  $h(t)$  – переходная функция,  $Q(t)$  – тепловой поток [8]. Воспользовавшись интегрированием по частям, можно получить вторую форму интеграла Дюамеля

$$U(t) = h(0) * Q(t) + \int_0^t h'(\tau) * Q(t - \tau) d\tau \quad (14)$$

Можем использовать тот вид интеграла, который наиболее удобен для конкретной задачи. Это уравнение Фредгольма второго рода [4], ввиду того, что данные ГДТП не получается аппроксимировать гладкой функцией на всем временном промежутке для решения в интегральной форме, будем решать его численно. Разделим временной интервал  $[0, t]$  на равные промежутки с узлами  $t_i$  ( $i=0, 1 \dots n$ ) и шагом  $\Delta\tau$ . Для численного интегрирования свертки функций  $h'(t)$  и  $Q(t)$  используем метод трапеций, тогда выражение (14) перепишется в виде

$$U(t_i) = h(t_0) * Q(t_i) + \sum_{j=0}^{i-1} [h'(t_j) * Q(t_i - t_j) + h'(t_{j+1}) * Q(t_i - t_{j+1})] * \frac{\Delta\tau}{2}$$

Решим полученную систему относительно  $h'_i = h'(t_i)$   $i=1\dots n$ , чтобы найти передаточную функцию. Так как специально был проведен эксперимент с разрядом в области без потока, значит  $U(0) = 0$ , соответственно и  $h(0)=0$ . Представим систему в виде  $AX = B$ , где  $A$  – матрица системы,  $B$  – вектор свободных членов,  $X$  – вектор неизвестных. Матрица  $A$  – диагональная, все элементы выше диагонали равны 0, если  $a_{ij}$  – элемент  $A$ , где  $i$  – номер строки,  $j$  – столбца,  $i=1,2\dots n$ ,  $j=1,2\dots n$ , то

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{Q_0}{2} d\tau, i = j \\ 0, i < j \\ Q_{i-j} d\tau, i > j \end{cases} \quad A = \begin{pmatrix} \frac{Q_0}{2} d\tau & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n-1} d\tau & \dots & \frac{Q_0}{2} d\tau \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} u_1 - h'_0 \frac{Q_1}{2} d\tau \\ \vdots \\ u_n - h'_0 \frac{Q_n}{2} d\tau \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} h'_1 \\ \vdots \\ h'_n \end{pmatrix}$$

Значение  $h'(0)$  сначала задаем сами, чтобы доопределить вектор  $B$ . После решения системы имеем все значения  $h'_i$ . Затем численно проинтегрируем и аппроксимируем полученные точки в виде

$$y(t) = a(1 - e^{bt})$$

Затем приравняем  $h'(0)$  к  $y'(0)$ , и будем повторять этот цикл до тех пор, пока не будет выполняться неравенство

$$|h'(0) - y'(0)| \leq 0.001$$

Можно отметить, что уточнение  $h'(0)$  не сильно меняет значения вектора  $X$ . В итоге найдем передаточную функцию

$$h(t) = 1 - \exp(-675,381 t^{0,839}) \quad (15)$$

Аналогично можно переписать (13) как

$$U(t_i) = Q(t_0) * h(t_i) + \sum_{j=0}^{i-1} [Q'(t_j) * h(t_i - t_j) + Q'(t_{j+1}) * h(t_i - t_{j+1})] * \frac{\Delta\tau}{2}$$

Полная матрица системы запишется в виде

$$a_{ij} = \begin{cases} h_1 d\tau, i = j \\ 0, i < j \\ h_{i+1-j} d\tau, i > j \\ \frac{a_{ij}}{2}, j = 1 \end{cases} \quad A = \begin{pmatrix} \frac{h_1}{2} d\tau & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{h_n}{2} d\tau & \cdots & h_1 d\tau \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} Q'_1 \\ \vdots \\ Q'_n \end{pmatrix}$$

где  $a_{ij}$  – элемент  $A$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,n$ . Решив её, найдем значения  $Q'_i$ , численно проинтегрируем их методом трапеций и получим тепловой поток с учетом передаточной функции.

### 3. Расчет параметров газа перед обтекаемым телом

#### 3.1 Параметры газа за прямым скачком уплотнения

Рассмотрим картину течения до энерговложения. На цилиндрическое тело набегают сверхзвуковой поток, поэтому перед телом будет находиться поверхность сильного разрыва. Нам интересно течение непосредственно перед носовой частью цилиндра. Ударную волну в локальной области перед профилем можем считать прямым скачком уплотнения. Запишем законы сохранения при переходе через разрыв для стационарного изэнтропического течения [6]

$$\rho_1 V_1 = \rho_5 V_5 \quad (17)$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_5 + \rho_5 V_5^2 \quad (18)$$

$$i_1 + \frac{V_1^2}{2} = i_5 + \frac{V_5^2}{2} \quad (19)$$

где  $\rho_1$  – плотность,  $V_1$  – скорость,  $P_1$  – давление и  $i_1$  – энтальпия газа до прохождения через ударную волну, а  $\rho_5$ ,  $V_5$ ,  $P_5$ ,  $i_5$  – соответствующие параметры газа за разрывом (см. рис. 5).

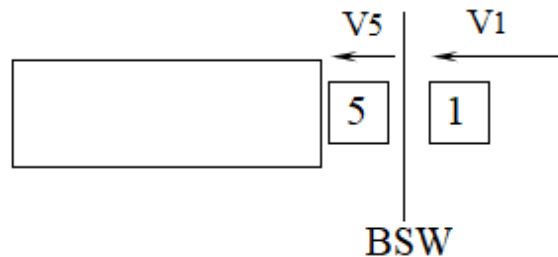


Рис. 5: Скачок уплотнения перед обтекаемым цилиндром.

Для замыкания системы запишем выражение для энтальпии и используем уравнение состояния Клапейрона

$$i = c_p T = \frac{c_p P}{R \rho} = \frac{k}{k-1} \frac{P}{\rho}$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $k$  – показатель адиабаты. Тогда (19) переписывается в виде

$$\frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} \frac{P_5}{\rho_5} + \frac{V_5^2}{2} \quad (20)$$

Параметры невозмущенного газа нам известны: эксперимент проводился при числе Маха потока  $M_1 = 1,6$ ,  $P_1 = 155 \text{ Torr} = 20664,9 \text{ Па}$  и температуре покоящегося газа  $T_1^* = 283 \text{ К}$ . Температуру  $T_1$  найдем через газодинамическую функцию  $\tau(M)$  [1]

$$T_1 = \frac{T_1^*}{\tau(M_1)} = \frac{T_1^*}{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2} \quad (21)$$



Зная, что скорость звука  $a$  и температура  $T$  связаны как

$$a = \sqrt{kRT}$$

а также зная температуру  $T_1$  из (21), можем выразить скорость  $V_1$

$$V_1 = M_1 a_1 = M_1 \sqrt{kRT_1} \quad (22)$$

и плотность  $\rho_1$  из уравнения состояния

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} \quad (23)$$

То есть  $\rho_1$  (23) и  $V_1$  (22) мы выразили,  $P_1$  нам известно, значит имеем систему трех уравнений (17,18,20) относительно трех неизвестных  $\rho_5$ ,  $V_5$ ,  $P_5$ . Решив её, получим параметры газа за прямым скачком уплотнения.

### *3.2 Одномерная модель распада разрыва*

В момент разряда в потоке наблюдается картина, схожая с моделью объемного взрыва: появляется сильно нагретая область, из центра которой начинает расходиться ударная волна с числом Маха порядка 1,5, за счет этого давление горячей области выравнивается с давлением в потоке, но при этом плотность в ней становится гораздо ниже [3].

При соприкосновении нагретого слоя газа с ударной волной начнется распад разрыва. По горячей области ударная волна побежит быстрее и сжатый газ за ней начнет расширяться в окружающий невозмущенный поток, в результате чего появятся косые скачки уплотнения, примыкающие к основному, который при числах Маха  $\geq 1,5$  и достаточном нагреве  $\omega$  будет прямым скачком уплотнения [2]. При этом течение становится существенно двумерным и рассмотрение процесса в общей постановке весьма затруднительно, поэтому рассмотрим его упрощенно, в случае одномерного изэнтропического течения с плоскими волнами.

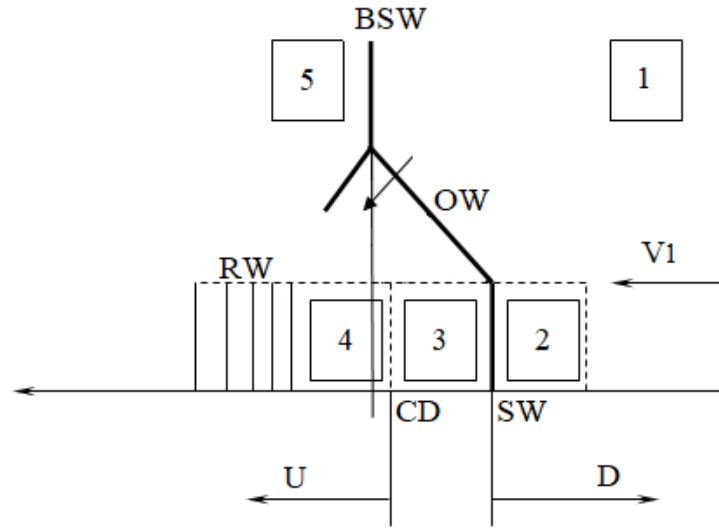


Рис. 6: Картина течения при распаде разрыва.

Главную ударную волну перед телом обозначим как BSW, движущийся по нагретому каналу скачок уплотнения – SW, косой скачок уплотнения OW, контактную поверхность – CD, веер волн разрежения – RW (см. рис. 6). Пусть параметры невозмущенного ударной волной потока будут с индексом 1, параметры в нагретой разрядом области – с индексом 2 [16]. Если нагрев области обозначить за  $\omega$  ( $0 < \omega < 1$ ), то её плотность можно выразить как

$$\rho_2 = \frac{T_1}{T_2} \rho_1 = \omega \rho_1 \quad (24)$$

Параметры за фронтом BSW обозначим индексом 5, за фронтом SW – 3, область газа, прошедшую веер волн разрежения RW – 4. Области 3 и 4 разделены контактной поверхностью, значит их скорости и давления равны

$$V_3 = V_4 = U$$

$$P_3 = P_4$$

Отношения параметров на скачке BSW на известны из решения системы (17, 18, 20)

$$\frac{P_5}{P_1} = \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \quad (25)$$

$$M_5 = \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}{k M_1^2 - \frac{k-1}{2}}} \quad (26)$$

$$\frac{a_1}{a_5} = \left( 1 + \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 M_1^2} (M_1^2 - 1)(1 + k M_1^2) \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

Выражения для параметров на скачке SW, учитывая скорость движения частиц  $V_1$  до начала распада, запишутся как

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{2k}{k+1} M_d^2 - \frac{k-1}{k+1}$$

$$U = V_1 - \frac{2a_2}{k+1} \left( M_d - \frac{1}{M_d} \right)$$

где  $M_d$  – число Маха ударной волны SW.

Связь между скоростями  $a_4$ ,  $V_4$  и  $a_5$ ,  $V_5$  в волне разрежения дается через инвариант Римана

$$\frac{2}{k-1} a_5 - V_5 = \frac{2}{k-1} a_4 - V_4$$

Считаем, что газ, проходя RW, расширяется изэнтропически

$$P_5 = P_4 \left( \frac{a_5}{a_4} \right)^{\frac{2k}{k-1}}$$

и что давления областей 1 и 2 выровнялись к моменту распада

$$P_1 \left( \frac{2k}{k+1} M_d^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) = P_5 \left( 1 + \frac{k-1}{2a_5} \left( V_1 - \frac{2a_2}{k+1} \left( M_d - \frac{1}{M_d} \right) - V_5 \right) \right)^{\frac{2k}{k-1}}$$

преобразуем это выражение к виду

$$\left( \frac{P_1}{P_5} \left( \frac{2k}{k+1} M_d^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 = \frac{k-1}{2} \left( \frac{a_1}{a_5} \left[ M_1 - \frac{2a_2}{(k+1)a_1} \left( M_d - \frac{1}{M_d} \right) \right] - M_5 \right) \quad (28)$$

Подставив (24-27) в (28) получим

$$\left(\frac{\frac{2k}{k+1}M_d^2 - \frac{k-1}{k+1}}{\frac{2k}{k+1}M_1^2 - \frac{k-1}{k+1}}\right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 = \frac{k-1}{2} \left[ \left(1 + \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 M_1^2} (M_1^2 - 1)(1 + kM_1^2)\right)^{-\frac{1}{2}} \left(M_1 - \frac{2\left(M_d - \frac{1}{M_d}\right)}{\sqrt{\omega}(k+1)}\right) - \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}{kM_1^2 - \frac{k-1}{2}}} \right] \quad (29)$$

то есть неявную зависимость числа Маха ударной волны SW от степени нагрева  $\omega$  и числа Маха  $M_1$ . Зная  $\omega$ , мы сможем найти  $M_d$  (решив уравнение), и найти любые интересующие нас параметры областей 3 и 4.

#### 4. Экспериментальное исследование теплового потока на цилиндре

##### 4.1 Экспериментальные данные

Был проведен ряд экспериментов с лазерным разрядом без сверхзвукового потока при разных давлениях в рабочей камере, которое измерялось вакуумметром с чувствительностью 2,567Торр/деление, давление в рабочей части менялось в диапазоне от  $8,3 \cdot 10^4$ Па до  $1,8 \cdot 10^4$ Па, при атмосферном давлении равном  $10^5$ Па.

На рис.7 графики с показаниями ГДТП для случаев 1)  $8,3 \cdot 10^4$ Па, 2)  $4,9 \cdot 10^4$ Па, 3)  $1,8 \cdot 10^4$ Па, 1 и 3 – это «предельные» случаи, остальные показания будут лежать в диапазоне между ними

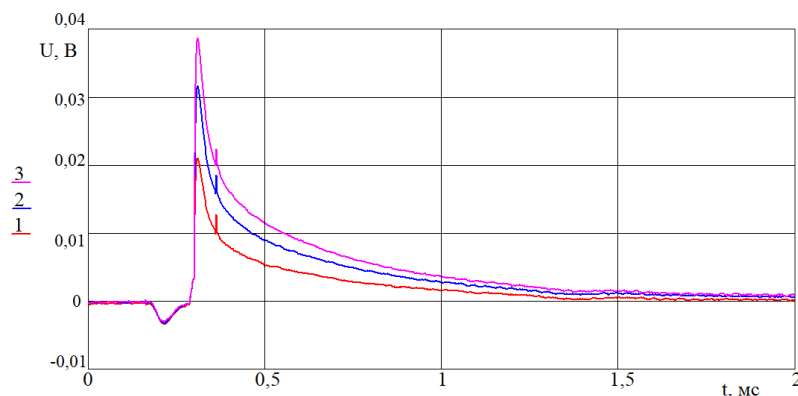


Рис. 7: Показания ГДТП в эксперименте с лазерным разрядом без потока.

Для удаления помех был отдельно проведен эксперимент с экранированием ГДТП от лазерного излучения, поэтому в дальнейшем при обработке мы сможем вычитанием сигнала помехи получить «чистый» тепловой поток от искры лазера.

Далее был проведен эксперимент с лазерным разрядом при сверхзвуковом обтекании цилиндра диаметром 12мм потоком воздуха с числом Маха = 1,6, давлением в потоке 155Торр, температурой газа в потоке 193К. Разряд проводился на 300мкс (в дальнейшем начиная с этого момента времени мы будем восстанавливать тепловой поток), ниже (см. рис. 8) показан график очищенного сигнала с ГДТП, сдвинутый на момент разряда

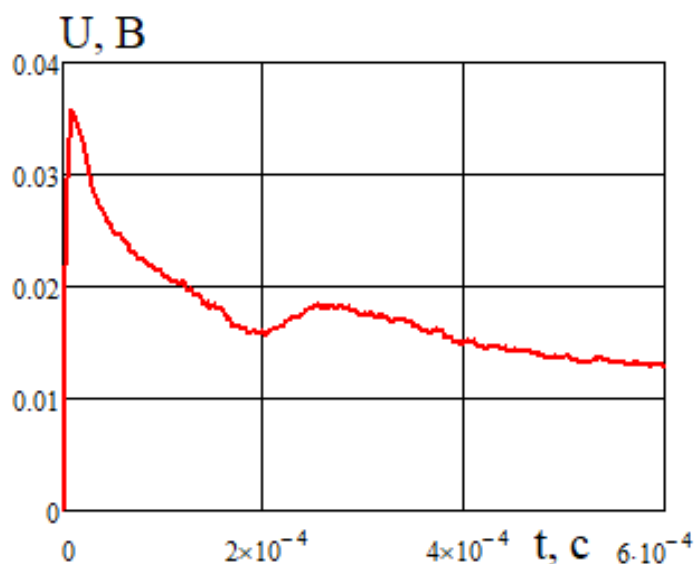


Рис. 8: Показания ГДТП в эксперименте с лазерным разрядом и сверхзвуковым потоком.

Также был проведен подобный эксперимент с микроволновым разрядом (см. рис.9). Тело в потоке находилось то же самое, число Маха = 1,6, давление в потоке 23Торр, температура газа в потоке 187К.

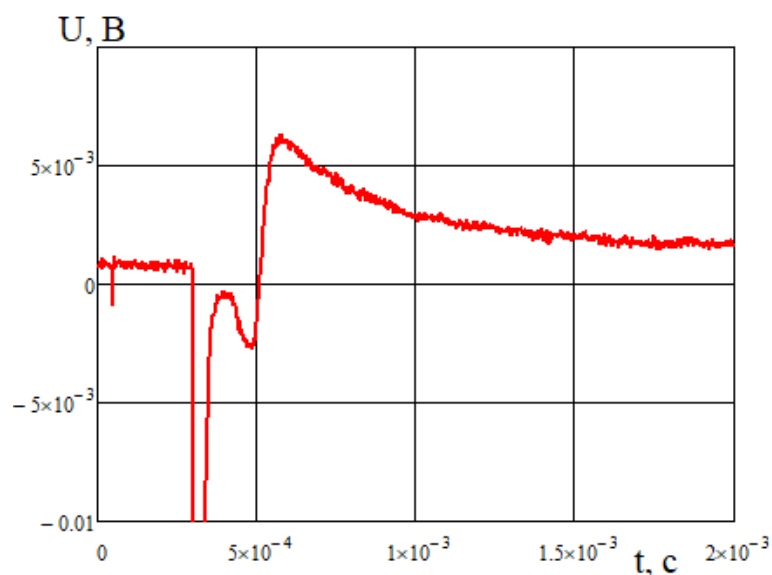


Рис. 9: Показания ГДТП в эксперименте с микроволновым разрядом и сверхзвуковым потоком.

Экранирование ГДТП в случае микроволнового разряда не помогло получить сигнал помехи.

#### 4.2 Анализ экспериментальных данных

Так как тепловые потоки от разных источников действуют на датчик аддитивно, то чтобы избавиться от помехи, вычтем сигнал помехи из показаний ГДТП, результат на рисунке 10.а

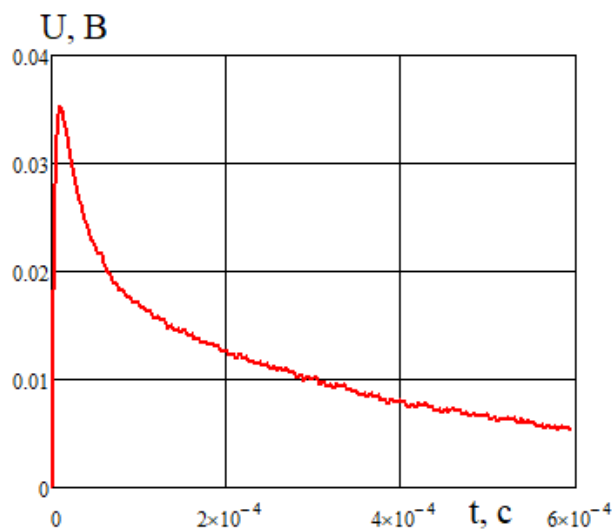


Рис. 10.а: Показания ГДТП без помехи.

Теперь восстановим тепловой поток от искры (см. рис. 10.б), пользуясь (2.3)

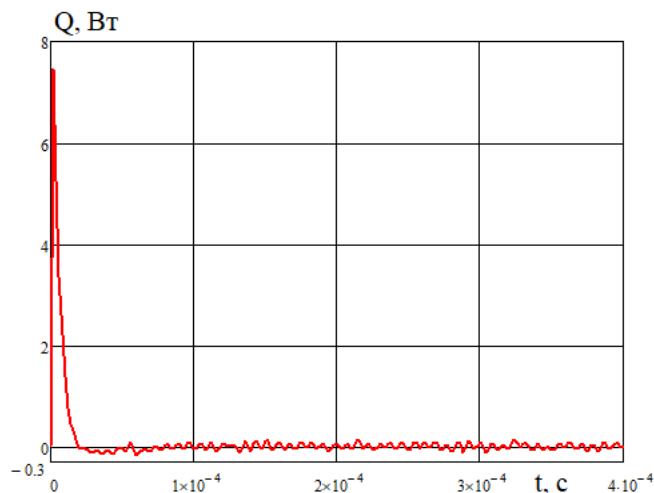


Рис. 10.б: Восстановленный тепловой поток.

Оценим излучаемую искрой энергию на поверхность ГДТП, проинтегрировав тепловой поток по времени. Получим, что при увеличении плотности воздуха до датчика доходит меньше энергии (см. рис. 11).

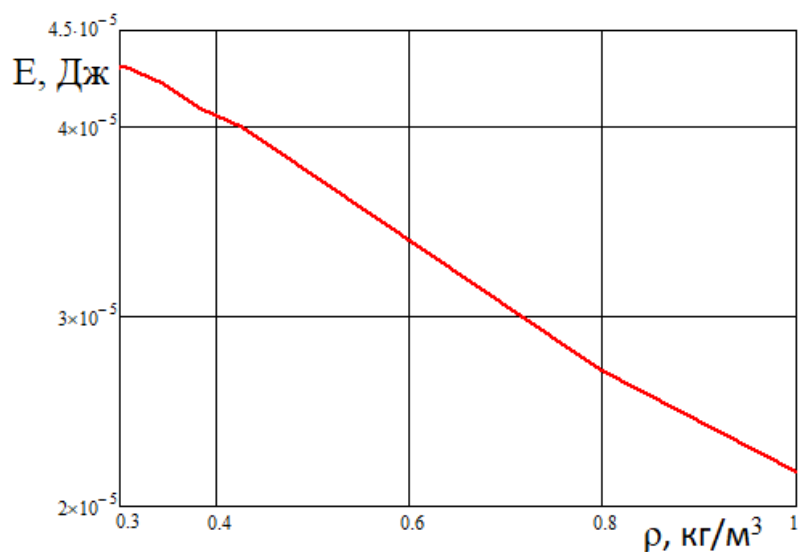


Рис. 11: Энергия, идущая на поверхность ГДТП.

Так же восстановим тепловой поток с лазерным (см. рис. 12.а) и микроволновым разрядами (см. рис 12.б) в сверхзвуковом потоке газа. Видно, что в случае лазерного разряда сначала происходит излучение тепла, затем конвективный теплообмен, а в случае микроволнового — только

конвективный, потому что лучистый поток либо незначителен, либо совпадает по времени с помехой, избавиться от которой не получилось.

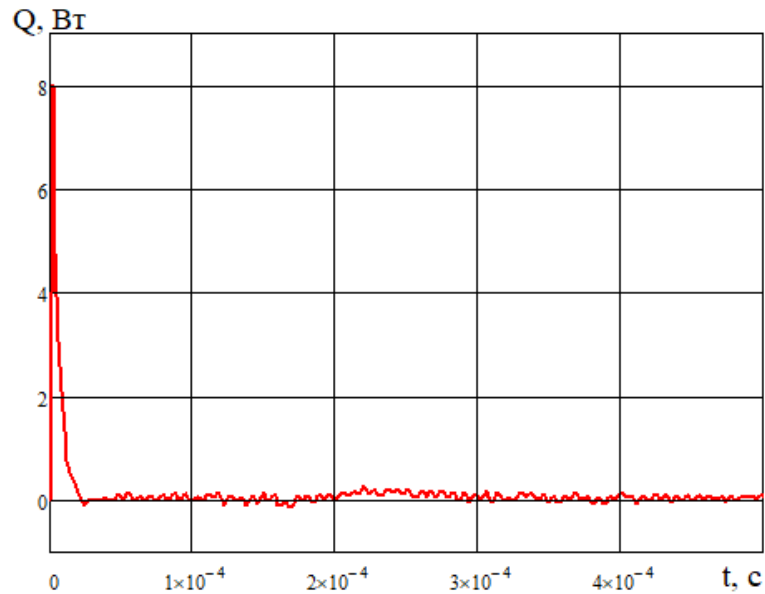


Рис. 12.а: Тепловой поток в критической точке цилиндра при продольном обтекании сверхзвуковым потоком с лазерным разрядом.

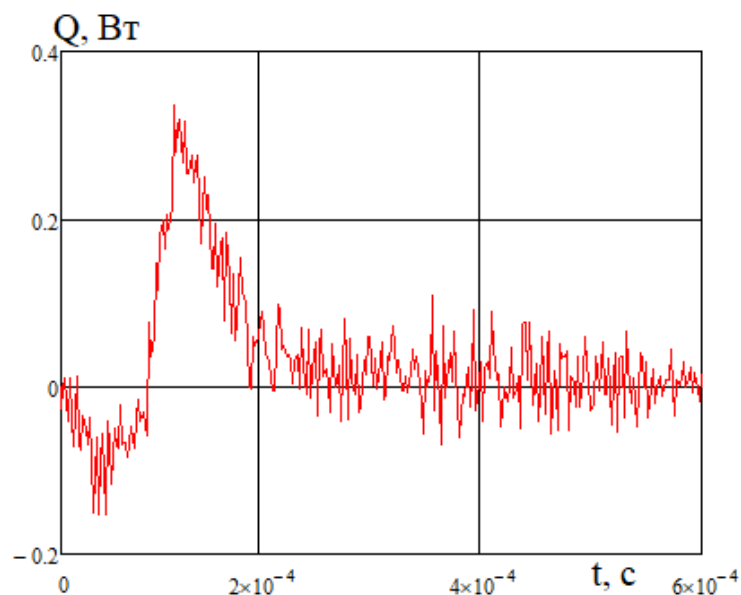


Рис. 12.б: Конвективный тепловой поток в критической точке цилиндра при продольном обтекании сверхзвуковым потоком с микроволновым разрядом.

В случае микроволнового разряда нагретая область будет представлять собой горячий канал протяженностью 15мм, поэтому для оценки параметров течения в то время, когда ударная волна начнет двигаться по нагретой области,



можем использовать одномерную модель, предложенную в главе 3. В нашем случае нагрев  $\omega = 0.3$ , для областей 2, 3, 4, 5 получим следующие значения параметров (см. таблицу 1)

№ области	T, К	P, Па	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	V, м/с
2	579	3066	0,018	442
3	736	6744	0,032	151
4	240	6744	0,098	151
5	259	8878	0,119	214

Таблица 1: Значения температуры, давления, плотности и скорости

С помощью этих параметров можно легко найти число Рейнольдса каждой из областей по формуле

$$Re = \frac{\rho V d}{\eta}$$

где  $\rho$  – плотность,  $V$  – скорость,  $d$  – гидравлический диаметр (в нашем случае это диаметр цилиндра равный 12мм),  $\eta$  – динамическая вязкость среды.

Для стационарного обтекания мы можем принять температуру поверхности цилиндра равной  $T_5$ . Тогда оценим коэффициент теплопередачи  $\alpha$ , зная температуру торможения  $T_5^* = 282\text{K}$ , тепловой поток  $q = 0,04\text{ Вт}$  и площадь датчика  $F = 16\text{мм}^2$

$$\alpha = \frac{q}{F(T_5^* - T_5)} = 95,8$$

Найдем число Нуссельта для этого режима течения

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{95,8 * 0,012}{0,0251} = 45,8$$

где  $l$  – характерный размер (диаметр цилиндра),  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности среды (берем табличное значение); число Рейнольдса будет равно 17370. Можем сравнить полученные данные с эмпирическими зависимостями  $Nu(Re)$  в критической точке поперечно обтекаемого цилиндра

из [9], у Михеева при  $Re = 17600$  число  $Nu \approx 100$ . Наши значения получились меньше, но они были просчитаны для продольного обтекания цилиндра, то есть при обтекании плоской поверхности, на которой тепловой поток должен быть меньше, чем около выпуклой. Известно, что тепловой поток в критической точке плоского торца составляет около  $(0,55 \pm 0,05)$  от теплового потока в критической точке сферы [5].

Допустим, что коэффициент теплопередачи  $\alpha$  и температура цилиндра не изменяются при распаде разрыва, потому что процесс протекает очень быстро, суммарное время около 200 мкс. Тогда оценим изменение температуры в критической точке. Она будет уменьшаться до значения 162K (отрицательный тепловой поток) и возрастать до 488K (положительный «скачок» теплового потока). Такое изменение температур можно объяснить тем, что на пути к торцу горячая область газа проходит через вихри, влияние которых на поток оценить затруднительно.

Анализ данных об изменении теплового потока и температур в критической точке тела показывает, что во время распада разрыва тело начинает отдавать тепло в окружающую среду, потому что температура газа на короткий промежуток времени значительно уменьшается. Но вслед за холодной областью на тело набегает горячая пробка, и интеграл по тепловому потоку во время действия обоих скачков примерно нулевой.

## 5. Заключение

В результате работы были рассчитаны числа  $Nu$  и  $Re$  при стационарном сверхзвуковом обтекании цилиндра; найдено изменение температуры в критической точке цилиндра при энерговложении в поток и последующем распаде разрыва.

Для обработки данных градиентного датчика теплового потока была получена передаточная функция системы «ГДТП+усилитель» с учетом её чувствительности.

В дальнейшем можно уточнить наши оценки, решая более строгую постановку задач теплопроводности и распада разрыва. А также усовершенствовать эксперимент, замерив температуру в критической точке и в нескольких местах на поверхности тела, чтобы точно знать, при какой температуре происходит теплопередача и какова температура стенки.

## 6. Список литературы

1. *Абрамович, Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2ч. Ч.1* / Г.Н. Абрамович. – Москва: Наука, 1991. 600 с.
2. *Артемьев, В.И. Формирование новых структур газодинамических течений при возмущении плотности в тонких протяженных каналах перед фронтами ударных волн* / В.И. Артемьев, В.И. Бергельсон, И.В. Немчинов, Т.И. Орлова, В.А. Рыбаков, В.А. Смирнов, В.М. Хазинс // Математическое моделирование. Том 1, Номер 8, 1989. с.1-10.
3. *Зудов, В.Н. Некоторые особенности импульсно-периодического энергоподвода в сверхзвуковом потоке* / В.Н. Зудов, Л.К. Третьяков, А.В. Тупикин // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2010. Том 5, выпуск 2. с.43-54.
4. *Калиткин Н.Н. Численные методы* / Н.Н. Калиткин. – Москва: Наука, 1978. 512 с.
5. *Краснов Н.Ф. Аэродинамика. Ч. 2. Методы аэродинамического расчета* / Н.Ф. Краснов. – Москва: Высш. школа, 1980. 416 с.
6. *Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа* / М.-Л.: Гостехиздат, 1950. 678 с.
7. *Малов А.Н. Исследование оптического разряда и поглощения энергии мощного импульсно-периодического СО<sub>2</sub>-лазера в сверхзвуковой струе воздуха* / А.Н. Малов, А.М. Оришич, Т.А. Бобарыкина, В.Ф. Чиркашенко // Оптика атмосферы и океана, 25, №3 (2012). с.244-249.
8. *Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи* / П.Н. Матханов. - Москва: Высш. школа, 1990. 400 с.
9. *Михеев М.А. Основы теплопередачи. Изд. 2, стереотип.* / М.А. Михеев, И.М. Михеева. - Москва: Энергия, 1977. 344 с.
10. *Островская Г.В. Лазерная искра в газах* / Г.В. Островская, А.Н. Зайдель // Успехи физических наук. Том 111, вып.4. Декабрь 1973 г. с.579-610.

11. Райзер Ю.П. *Основы современной физики газоразрядных процессов* / Ю.П. Райзер. - Москва: Наука, 1980. 416 с.
12. Сапожников С.З. *Измерение нестационарных тепловых потоков градиентными датчиками на основе анизотропных монокристаллов висмута* / С.З. Сапожников, В.Ю. Митяков, А.В. Митяков // Журнал технической физики, 2004, том 74, вып. 7. с.114-120.
13. Митяков А.В. *Градиентные датчики теплового потока в физическом и промышленном эксперименте* / А.В. Митяков // ИЗВ. ВУЗОВ. Приборостроение. 2009. Т.52, №7. с.75-81.
14. Azarova O.A. *Interaction of microwave and laser discharge resulting “heat spots” with supersonic combined cylinder bodies* / O.A. Azarova, D.D. Knight // Aerospace Science and Technology, 43(2015).
15. Glumac N. *Temporal and spatial evolution of the thermal structure of a laser spark in air* / Nick Glumac, Gregory Elliott, Martin Boguszko // Extended Abstract Submitted to the 43 ATAA 2005.
16. Lashkov V.A. *Method of Vortex Flow Intensification under MW Filament Interaction with Shock Layer on Supersonic Body* / V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, Yu.I. Anisimov, V.I. Ivanov, Yu.F. Kolesnichenko, O.A. Azarova // AIAA 2006-404. 44<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 9-12 January 2006, Reno, Nevada.